

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS  
AVANZADAS PARA INGENIERIA

---

GUSTAVO HERNANDEZ MAS

Al programar las actividades en el aula el profesor de Matemáticas se formula dos interrogantes:

1. ¿Qué enseñar?
2. ¿Cómo enseñar?

Nuestra exposición va a concentrarse en las dos preguntas formuladas, dirigidas a la enseñanza del curso de Métodos Matemáticos para Ingeniería Civil (o al curso de Vectores y Matrices), en el orden cronológico señalado.

Como respuesta a la pregunta No. 1, vamos a comentar algunos matrizes de la enseñanza en el curso de Métodos Matemáticos para Ingeniería.

Acogiéndose a la sugerencia de tópicos a tratar en dicho curso, que hizo la Facultad de Ingeniería, el Departamento de Matemáticas confeccionó un programa que contiene los siguientes temas:

- A. Jacobianos
- B. Función Gamma y Función Beta
- C. Series de Fourier
- D. Transformada de Laplace

- E. Solución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias por medio de Series.
- F. Métodos Numéricos para resolver Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
- G. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales.
- H. Ecuaciones Diferenciales Parciales.

Como este curso es un fuerte eslabón de las Matemáticas y los cursos profesionalizantes, es típico encontrar en cada capítulo problemas de aplicación que se estudian después de aprender la teoría y la práctica, que les sirven de fundamento; así, las tres fases, esenciales en la aplicación de las Matemáticas a un problema de Ingeniería, vienen dadas según Kreyszig de la manera siguiente:

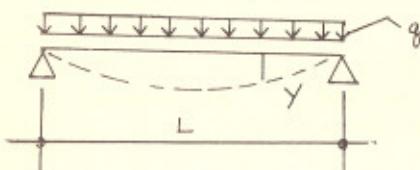
1. Traducción de determinada información física a una forma matemática. De esta manera se obtiene un modelo matemático de la realidad física. Este modelo puede ser una ecuación diferencial, un sistema de ecuaciones lineales o alguna otra expresión matemática.

2. Tratamiento del modelo mediante los métodos matemáticos. Esto conducirá a la solución matemática del problema.

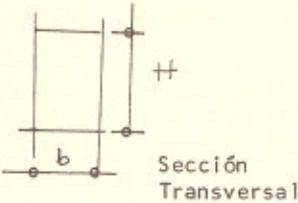
3. Interpretación del resultado matemático en términos físicos.

A título de ejemplo de las tres fases antes señaladas, vamos a presentar un problema a continuación:

Una viga isostática de luz "L" está sometida a una carga uniforme " $q$ " por unidad de longitud. Halle la deflexión vertical de su eje en cualquier punto.



Según la "Resistencia de Materiales"



$E$  = Módulo de Young

$$I = \frac{bH^3}{12} = \text{Momento de inercia de la sección transversal}$$

- E. Solución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias por medio de Series.
- F. Métodos Numéricos para resolver Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.
- G. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales.
- H. Ecuaciones Diferenciales Parciales.

Como este curso es un fuerte eslabón de las Matemáticas y los cursos profesionalizantes, es típico encontrar en cada capítulo problemas de aplicación que se estudian después de aprender la teoría y la práctica, que les sirven de fundamento; así, las tres fases, esenciales en la aplicación de las Matemáticas a un problema de Ingeniería, vienen dadas según Kreyszig de la manera siguiente:

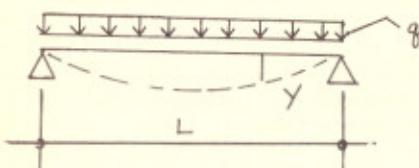
1. Traducción de determinada información física a una forma matemática. De esta manera se obtiene un modelo matemático de la realidad física. Este modelo puede ser una ecuación diferencial, un sistema de ecuaciones lineales o alguna otra expresión matemática.

2. Tratamiento del modelo mediante los métodos matemáticos. Esto conducirá a la solución matemática del problema.

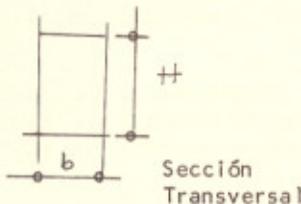
3. Interpretación del resultado matemático en términos físicos.

A título de ejemplo de las tres fases antes señaladas, vamos a presentar un problema a continuación:

Una viga isostática de luz "L" está sometida a una carga uniforme "q" por unidad de longitud. Halle la deflexión vertical de su eje en cualquier punto.



Según la "Resistencia de Materiales"



$$E = \text{Módulo de Young}$$

$$I = \frac{bH^3}{12} = \text{Momento de inercia de la sección transversal}$$

$$\frac{\frac{d^4 y}{dx^4}}{EI} = \frac{q}{L^4} \quad (1)$$

en o x L

Las condiciones de borde son:

$$y(0) = 0; \quad y(L) = 0 \quad (2) \quad (\text{Deflexiones verticales nulas en los apoyos.})$$

$$y''(0) = 0; \quad y''(L) = 0 \quad (3) \quad (\text{Momentos flexores nulos en los apoyos.})$$

$$L \cdot \{Y\} = L \cdot \left\{ \frac{q}{EI} \right\} \quad (4)$$

$$L \cdot \{Y\} = \frac{q}{EI_s} \quad (5)$$

$$s^4 y - s^3 y'(0) - s^2 y''(0) - s y'''(0) - y''''(0) = \frac{q}{EI_s} \quad (6)$$

$$\text{Tenemos que: } y'(0) = C_1 \quad (7) \quad (\text{deflexión angular constante en apoyo izquierdo})$$

$$y''''(0) = C_2 \quad (8) \quad (\text{cortante constante en apoyo izquierdo})$$

$$s^4 y - C_1 s^2 - C_2 = \frac{q}{EI_s} \quad (9) \quad \text{sustituyendo según (7) y (8) en (6)}$$

$$s^4 y = C_1 s^2 + C_2 + \frac{q}{EI_s} \quad (10)$$

$$y = \frac{C_1}{s^2} + \frac{C_2}{s^4} + \frac{q}{EI_s^5} \quad (11)$$

$$y = C_1 x + C_2 \frac{x^3}{3!} + \frac{q x^4}{4! EI} \quad (12)$$

$$y = C_1 x + \frac{C_2 x^3}{6} + \frac{q x^4}{24 EI} \quad (13)$$

$$Y' = C_1 + \frac{C_2 x^2}{2} + \frac{q x^3}{6EI} \quad (14)$$

$$Y'' = C_2 + \frac{q x^2}{2EI} \quad (15)$$

Para  $x = L$  en (15)

$$0 = C_2 L + \frac{q L^2}{2EI} \quad (16)$$

$$C_2 = -\frac{qL}{2EI} \quad (17)$$

$$Y = C_1 x - \frac{qL}{12EI} x^3 + \frac{q x^4}{24EI} \quad (18)$$

Para  $x = L$  en (18)

$$0 = C_1 L - \frac{9L^4}{12EI} + \frac{qL^4}{24EI} \quad (19)$$

$$C_1 = \frac{qL^3}{24EI} \quad (20)$$

Sustituyendo según (17) y (20) en (13):

$$Y = \frac{qL^3}{24EI} x - \frac{qL}{12EI} x^3 + \frac{q}{24EI} x^4 \quad (21)$$

$$Y = \frac{q}{24EI} x (L^3 - 2L x^2 + x^3) \quad (22)$$

$$Y = \frac{q}{24 EI} x (L - x) (L^2 + Lx - x^2) \quad (23)$$

En respuesta a la pregunta II, la experiencia ha demostrado que

sí se quiere obtener una enseñanza efectiva, con economía de tiempo y esfuerzo, se tienen que emplear técnicas de enseñanza sistemática.

Las técnicas normales de uso común pueden ser clasificadas de acuerdo a sus principales características y maneras de ejecución como sigue:

A. Métodos de instrucción individual:

1. Proyecto
2. Laboratorio
3. Heurístico.

B. Métodos de instrucción grupal:

4. Genético
5. Conferencia (o Cátedra)
6. Ejercicio
7. Pregunta-Respuesta
8. Estudio dirigido o supervisado.

Los métodos de instrucción anteriores sirven bien para la enseñanza de las Matemáticas en general y son muy adecuados para la enseñanza de las Matemáticas Avanzadas para la Ingeniería.

Pasamos a describir en pocas palabras cada uno de estos métodos de instrucción:

1. Proyecto: En este método cada estudiante trabaja en un proyecto particular o tarea asignada. Generalmente se le requiere hacer un reporte escrito mostrando el trabajo realizado y los resultados alcanzados.

2. Laboratorio: Este método es una modificación del Método Proyecto. Conlleva el uso de instrumentos o dispositivos mecánicos en el estudio de las Matemáticas Aplicadas.

3. Heurístico: Mientras los dos métodos anteriores operan ampliamente bajo la premisa de que el estudiante, habiendo recibido direcciones, es en lo adelante dependiente de sus propias investigaciones, excepto tal vez para unas pocas sugerencias de ayuda, en el Método Heurístico la actividad del estudiante es continuamente dirigida. El propósito principal de este método es dirigir al estudiante al descubrimiento y entendimiento de conceptos nuevos para él, por medio de preguntas cuidadosamente formuladas y bien orientadas que lo entusiasman a pensar independientemente y lógicamente.

4. Genético: Este método está diseñado especialmente para el desarrollo de un material nuevo. El profesor dirige el trabajo de la clase como un grupo por medio de preguntas, sugerencias o informaciones suplementarias y la clase activamente participa en el desarrollo y aplicación de la materia. Algunos profesores prefieren usar este método sólo después que los alumnos han leído la discusión dada por el texto, puesto que ellos sienten que la economía de tiempo y esfuerzo justifica este procedimiento. Otros creen que el estudiante gana mayor potencial y habilidad para analizar y establecer nuevos principios y teoremas, si el método genético se aplica a un material nuevo antes de que los estudiantes hayan leído el texto. Más aún, el último procedimiento habilita al estudiante a cultivar más rápidamente la destreza para pensar independientemente y a convertirse en menos dependiente del texto.

5. Cátedra: Este método se basa en la exposición de ciertas fases de la materia en un discurso bien organizado, cuya intención es ayudar a los estudiantes en la asimilación de un material. La preparación de una buena cátedra requiere un conocimiento cabal de la materia, un desarrollo organizado, interpretación y aplicaciones. Para que este método sea efectivo, los estudiantes tienen que tener suficiente preparación para entender y asimilar el contenido de la cátedra. La cátedra suplementa el texto usado; si no se tiene texto para el curso, se le debiera suplir una copia (mimeografiada o reproducida de cualquier otra forma) a cada estudiante. Se supone que el estudiante no haga notas copiosas y asimile simultáneamente el contenido de la cátedra.

6. Ejercicio: Por este método, al estudiante se le requiere aplicar repetidamente un proceso particular o concepto hasta que su reacción mental sea inmediata y segura. Es a menudo mal utilizado y excesivamente repetido ya que al estudiante se le requiere seguir reglas o direcciones sin significado para él y sin la explicación adecuada de su derivación e interpretación.

7. Pregunta-respuesta: Aunque este método se parece al Genético en algunos aspectos, difiere considerablemente en su propósito y manera de ejecución. Las actividades mentales del estudiante son dedicadas a la formulación de respuestas correctas a preguntas dirigidas por el profesor. Sus principales propósitos son verificar la certeza de la información de los estudiantes y ayudarlos en la asimilación del material de instrucción. Se hacen preguntas al curso, pero sólo a un estudiante se le permite responder. Si una pregunta no recibe la respuesta correcta de alguno de los estudiantes, entonces una o más preguntas relacionadas reemplazan la primera, hasta que la información se establece como una propiedad común de la clase por una cadena secuencial de preguntas relacionadas.

8. Estudio dirigido: Si el trabajo asignado es presentado por los estudiantes en el aula bajo la supervisión y dirección del profesor,

4. Genético: Este método está diseñado especialmente para el desarrollo de un material nuevo. El profesor dirige el trabajo de la clase como un grupo por medio de preguntas, sugerencias o informaciones suplementarias y la clase activamente participa en el desarrollo y aplicación de la materia. Algunos profesores prefieren usar este método sólo después que los alumnos han leído la discusión dada por el texto, puesto que ellos sienten que la economía de tiempo y esfuerzo justifica este procedimiento. Otros creen que el estudiante gana mayor potencial y habilidad para analizar y establecer nuevos principios y teoremas, si el método genético se aplica a un material nuevo antes de que los estudiantes hayan leído el texto. Más aún, el último procedimiento habilita al estudiante a cultivar más rápidamente la destreza para pensar independientemente y a convertirse en menos dependiente del texto.

5. Cátedra: Este método se basa en la exposición de ciertas fases de la materia en un discurso bien organizado, cuya intención es ayudar a los estudiantes en la asimilación de un material. La preparación de una buena cátedra requiere un conocimiento cabal de la materia, un desarrollo organizado, interpretación y aplicaciones. Para que este método sea efectivo, los estudiantes tienen que tener suficiente preparación para entender y asimilar el contenido de la cátedra. La cátedra suplementa el texto usado; si no se tiene texto para el curso, se le debiera suplir una copia (mimeografiada o reproducida de cualquier otra forma) a cada estudiante. Se supone que el estudiante no haga notas copiosas y asimile simultáneamente el contenido de la cátedra.

6. Ejercicio: Por este método, al estudiante se le requiere aplicar repetidamente un proceso particular o concepto hasta que su reacción mental sea inmediata y segura. Es a menudo mal utilizado y excesivamente repetido ya que al estudiante se le requiere seguir reglas o direcciones sin significado para él y sin la explicación adecuada de su derivación e interpretación.

7. Pregunta-respuesta: Aunque este método se parece al Genético en algunos aspectos, difiere considerablemente en su propósito y manera de ejecución. Las actividades mentales del estudiante son dedicadas a la formulación de respuestas correctas a preguntas dirigidas por el profesor. Sus principales propósitos son verificar la certeza de la información de los estudiantes y ayudarlos en la asimilación del material de instrucción. Se hacen preguntas al curso, pero sólo a un estudiante se le permite responder. Si una pregunta no recibe la respuesta correcta de alguno de los estudiantes, entonces una o más preguntas relacionadas reemplazan la primera, hasta que la información se establece como una propiedad común de la clase por una cadena secuencial de preguntas relacionadas.

8. Estudio dirigido: Si el trabajo asignado es presentado por los estudiantes en el aula bajo la supervisión y dirección del profesor,

el procedimiento se llama método de estudio supervisado o dirigido. Este método tiene la intención de proporcionar a cada estudiante una oportunidad para que haga tanto progreso como sus habilidades le permitan y para el profesor dar ayuda al estudiante cuando la necesita.

En nuestro país y en general, nos parece que todo profesor se vale de los métodos de instrucción antes descritos, conjugándolos según las circunstancias -cuantía, calidad y nivel de los estudiantes y material a enseñar-. La selección adecuada de la técnica a emplear en la enseñanza es privilegio y responsabilidad del profesor. Sin embargo, creo que más que en la técnica de enseñanza, el éxito de un curso radica en la calidad del profesor. Creo que la mayoría de nosotros está de acuerdo con la sentencia de Gilbert Highet en el Arte de Enseñar que postula que un buen profesor: 1) tiene que saber la materia que enseña; 2) tiene que disfrutar dicha materia; y 3) tiene que querer a los estudiantes a los que enseña.